

S'adjunten uns extractes de diversos documents que amb molta brevetat permetrà al lector conèixer aquest concepte de "Dualitat algebraica" i adonar-se de la seva **importància** fora de l'àmbit de la matemàtica.

DUALITAT I DUALITAT ALGEBRAICA (Annexos a la **Memòria de la Patent WO 03 054835 A2**)

En els Diccionaris trobem definicions de "Dualitat" com "Dos i contrastats". Un exemple tradicional de dualitat son els **extrems** dins una mateixa cosa:

bó ↔ dolent;
inici ↔ fi; ...

Però encara podem trobar una dualitat molt **més contrastada** entre dos coses on el contrast està en que:

- una cosa és un **element**, i
- l'altre és el que estableix la **dinàmica**, els **canvis**, l'**evolució** de l'anterior element.

És a dir, aquesta dualitat màxima s'estableix entre:

- **les coses** i
- **el que defineix l'evolució de cada cosa**,

però d'una **manera comprensiva**/ no arbitraria.

L'àmbit de la Matemàtica fou el primer en tractar aquesta dualitat, dient-se "**Dualitat algebraica**", però veurem a continuació que **és un concepte intuïtiu**, i no només restringible a la Matemàtica.

Les dualitats a la natura, a la cultura i a la tecnologia

Primer veurem les "Dualitats algebraiques" més **velles** i **intuïtives**. Exemples de "Dualitat algebraica", molt anteriors a la seva formalització per la Matemàtica, són:

- els **verbs**, tans **vells** com el parlar i que són la base de totes les **sintaxis lingüístiques**:
 - estat → estar;
 - acte → actuar;
 - fet → fer;
 - camí → caminar (dualitat abordada des de fa 400 anys per la **cinemàtica**); ...
- el **manar**/ organitzar als altres, tan **vell** com l'**esclavitut**
- l'**interés econòmic**, que determina el guany, tan **vell** com l'**usura**
- els **Codons**, tan **vells** com la Vida (amb 4 000 000 000 Any d'història), però coneguts des de només fa 50 anys (la seqüència de bases carbonades de l'ADN **gestiona la síntesis** d'unes altres molècules totalment diferents, les proteïnes, i amb analogies estructurals entre ambdues)
- el **cos** i la **psique**, la **primera "dualitat algebraica" científica**, descoberta per FREUD fa quasi 100 anys (abans de formalitzar-se per part de la Matemàtica, i molt abans del descobriment de la Genètica).
- el **hardware** i el **software** de la informàtica.

Estrictament, la primera "Dualitat algebraica", i que inconscientment/ intuïtivament ha inspirat la "Dualitat matemàtica", és la **Dualitat Matèria ↔ Fenomen** (els Fenòmens determinen l'evolució i l'estat de la matèria).

La "Dualitat algebraica" de la matemàtica

La Matemàtica defineix la "Dualitat algebraica" com l'establiment d'una correspondència (representada per les fletxes vermelles) entre els Números/ Punts i les Funcions. Un possible exemple seria:

Números/ Punts:

Funcions:

Identitat	Doble	Triple			n vegades	
$1 \rightarrow 1$	$1 \rightarrow 2$	$1 \rightarrow 3$			$1 \rightarrow n$	
$2 \rightarrow 2$	$2 \rightarrow 4$	$2 \rightarrow 6$			$2 \rightarrow 2n$	
$3 \rightarrow 3$	$3 \rightarrow 6$	$3 \rightarrow 9$			$3 \rightarrow 3n$	
....	
$n \rightarrow n$	$n \rightarrow 2n$	$n \rightarrow 3n$			$n \rightarrow n^2$	

És a dir,

- la Identitat (una correspondència) és un dels possibles duals del número "1" (un Número),
- el Doble (altre correspondència) és un dels possibles duals del número "2" (altre Número), ...
- etc. etc. etc.

Es diu "Pas al dual" a qualsevol correspondència comprensiva/ no arbitrària entre:

els Números (de l'anomenat "Espai base" *) \xrightarrow{i} les Funcions (de l'anomenat "Espai dual" *)

* NOTA: Abreujadament, en Matemàtica, al conjunt $\{1, 2, 3, 4, \dots, n, \dots\}$ se li diu "Espai base" (que, generalitzant, està format per Elements, Punts o Números), i al conjunt de les correspondències {Identitat, Doble, ..., n vegades, ...} se li diu "Espai dual" (que, generalitzant, està format per les Funcions).

Amb exemples com aquest, veiem que la Dualitat algebraica pot ser un concepte **comprensible** per a tothom, tot i que s'explica només a meitat del currículum d'unes poques llicenciatures universitàries, per aplicar-se a la Geometria algebraica i a la Geometria diferencial (Operador "Star"/ "Estrella").

IMPORTÀNCIA DE LA "DUALITAT ALGEBRAICA"

Pel que acabem de veure, sense la "Dualitat algebraica" seria difícilment comprensible la **fenomenologia**, la **vida**, la **sintaxis**, l'**economia**, ..., però a la vegada, la matemàtica seria una disciplina **residual**.

¿Perquè? Per què sense dualitat no haurien funcions derivades, ni diferencials (la derivada aplicada al punt), i sense diferencials no hauria integració. I com s'explica a "**L'exactitud a les ciències**" (a "Nombres sencers i nombres reals"):

Com exemple d'aquesta servitud tenim les "Integrals". Qualsevol article científic, per a ser considerat com a tal, **cal que incorpori alguna integral**, quan més complexa i críptica, millor. Però com estudia un batxiller, les integrals són processos diferencials d'aproximació, és a dir, mitjançant aproximacions el més petites possible. Veurem (a l' "Arbre de PORFIRI") que això també ho sap fer el llenguatge des de fa molts més anys.

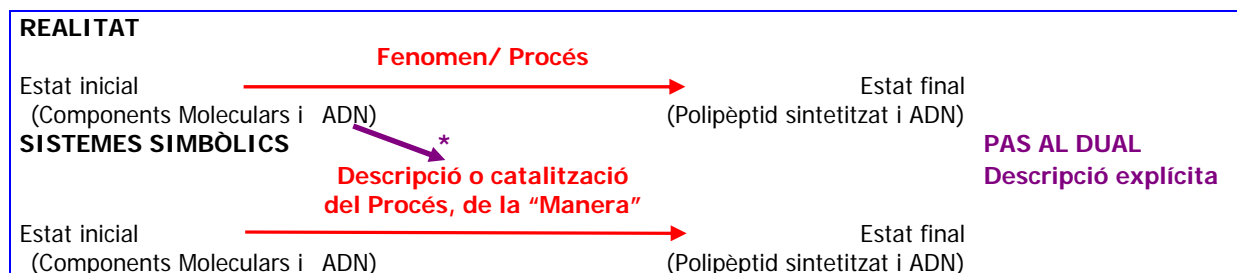
És a dir, no tindríem integrals amb les que adornar els articles "científics".

Però sense "Dualitat algebraica" **tampoc tindríem dibuixos animats**, i això si que seria **terrible**. ¿Perquè? Per què com s'explica a "**El kerigma del pensament**" (a "Dualitat algebraica. Pas al dual" [310]):

A un infant li encanten els **dibuixos animats**. Li és del tot normal que una sabata comenci a parlar, a actuar. No podia ser d'una altra manera! ¿Per què? Perquè una de les seves facultats més intuïtives, és el "Pas al dual": fer que les coses **es transformin en accions que mouen les coses** (i aquesta és precisament la definició de "Dualitat algebraica"). Si el Pas al dual no fos una facultat intuïtiva, **no** existirien els dibuixos animats.

EXACTITUD, PERÒ NO EN FORMA NUMÈRICA SINÓ QUE EN FORMA DE CERTESA INTRÍNSECA (L'exactitud a les ciències)

L'ARN/ ADN defineix tant l'estructura i les formes, com **tota la dinàmica de funcionament**.



Esquema 3. Dualitat algebraica i exactitud intrínseca

La fletxa **lila** inclinada indica que l'Estat inicial ja incorpora les "Instruccions", la "Manera de fer" del mateix procés que s'ha de realitzar i que l'executa. Així, en el cas de la cèl·lula, aquesta incorpora tant l'ADN com els components moleculars que, mitjançant l'ADN, sintetitzaran en els pèptids/ proteïnes corresponents, més l'ADN que es recicla i conserva per a una nova ocasió.

Des de fa 100 Any la matemàtica anomena "Pas al dual" a aquest tipus de correspondència que la vida executa des de fa 4 000 MAny. És habitual representar-lo amb una estrella "*" (Operador estrella/ Star operator). Conèixer el concepte de "Dualitat algebraica" permet començar a entendre la diferència que hi ha – estrictament una ruptura– entre els sistemes materials tradicionals i els sistemes simbòlics (com la psique, tal com va posar de manifest FREUD, o la genètica). Deixant això a part perquè no ho tractarem aquí, el concepte de dualitat algebraica també fa entendre la potència predictora del codi genètic o la potència de la intuïció dels nens: **un "Pas al dual" és com una "Metadada"** (veure **Annex** corresponent a "Metadata").

DUALITAT ALGEBRAICA. PAS AL DUAL. (El kerigma del pensament, apartat [.310])

Encara hi ha un altra pas extraordinari. És el "Pas al dual", un cas de relacionabilitat molt especial, molt potent. És un altra dels recents recursos de la moderna matemàtica (de l'àlgebra i de la geometria diferencial) però que tothom està emprat des de fa segles, mil·lennis i molt més. Dic "tothom" perquè ho fa la vida des de fa 4 000 milions d'anys,

ADN (una molècula) → Codó (el gestor de la síntesi molecular/ proteica de la cèl·lula)

els escanyapobres des de fa mils d'anys,

Diners → interès econòmic (criteri per a calcular els guanys d'uns diners)

els esclavitzadors/ explotadors des de fa mils d'anys,

Persona treballadora → Patró, "Consultor" (persona que no treballa, però que organitza els treballadors)

la gramàtica des de fa mils d'anys

Camí → caminar; Atribut → atribuir; Bany → banyar-se; Càrrega → carregar; Còpia → copiar; Fet → fer; Fum → fumar; Pas → passar; Sortida → sortir; etc etc etc.

(veure l'Annex "Dualitat algebraica" o "Memòria "in extenso" corresponent a la patent "WO2003054835A2").

A un infant li encanten els dibuixos animats. Li és del tot normal que una sabata comenci a parlar, a actuar. No podia ser d'una altra manera! ¿Per què? Perquè una de les seves facultats més intuïtives, és el "Pas al dual": fer que les coses es transformin en accions que mouen les coses (i aquesta és precisament la definició de "Dualitat algebraica"). Si el Pas al dual no fos una facultat intuïtiva, no existirien els dibuixos animats.

Al "Mètode" es veurà breument que la intuïció resulta d'un fenomen tan freqüent i important com ignorat, la "Transferència d'elements metodològics entre nivells estructurals" [.320]. La psique té la possibilitat d'heretar "tecnologies" de tots els seus nivells previs i constituents com l'histològic, el proteic i l'ADN.

El Pas al dual és una facultat intuïtiva de l'infant perquè resulta d'aquesta transferència des dels codons. Però també és una de les seves primeres manifestacions d'expertitud: la dificultat de passar dels conceptes sensitius estàtics, els de la "Matèria" (la primera dimensió), als conceptes sensitius dinàmics, els del "Fenomen" (la segona dimensió), és el primer i més difícil "Pas al dual" que és capaç de generar l'infant:

Matèria → Fenomen (el que mou a la Matèria)

això anterior sí que és difícil. Després, tot és "cosir i cantar":

Concepte → Relació (el que relaciona els conceptes, com tots els exemples que ja s'han vist)

Cosa → Aplicacions* d'una cosa (eines, ..., tecnologia) (*Aplicació: utilització d'una cosa com a mitjà)

i finalment a la matemàtica, on amb una mica més de paciència i d'elaboració:

Punt, vector/ tensor → Diferencial, espai tangent (el criteri de càlcul de la posició d'altres punts, vectors)

que és el "Pas al dual" de la geometria diferencial (l'anomenat operador "Star").

LA DUALITAT BANCÀRIA I ALGEBRAICA

(La construcció del pensament i del llenguatge. Elements per a una reconciliació entre la Ciència i les Humanitats, 1997)

Encara que un nen acabi d'aprendre a sumar i multiplicar números, no sabrà calcular un interès bancari tot i que es redueixi a una suma i una multiplicació. ¿Per què?

Doncs com sempre, per què els Bancs **ens han enganyat**: l'interès no és un número sinó que un "**Element del Dual**". Quan tornem un préstec, l'interès és el que ens fan tornar de més els Bancs, no se sap per què (és un conveni arbitrat). Aquesta quantitat varia segons quina sigui la quantitat i el temps del préstec, i segons la comissió (=tipus de comissió/ "interès"/ "punts", expressada habitualment en percentatge "%").

Quan una quantitat "varia", és a dir, olorem una variable, el que tenim és una "Funció", una correspondència unívoca entre números. En un préstec, a una quantitat (el que ens deixen) fem correspondre una altre (la que tornem) una mica més gran per què inclou els interessos o guanys del Banc.

$$\begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x \text{ pts} & \longrightarrow & y \text{ pts} = x + x c / 100 \text{ pts} \end{array}$$

A qualsevol conjunt dels números dels que utilitza habitualment (sencers, negatius, fraccionaris/ decimals, i fins i tot π ($=\pi=3.1415$)) el denominarem "R".

Efectivament, el dibuix i la formula anterior no és número, ni "x" ni "y", sinó que una correspondència del conjunt de números en altre conjunt de números amb el seu criteri definitòri (=la fórmula). Per a cada comissió diferent "c", apareixerà una correspondència diferent entre els dos conjunts, el dels diners deixats ("x") i el dels diners tornats ("y").

El lector pot jugar a inventar-se noves funcions, per exemple la "doble", que a un conjunt de números $\{y\}$, els fa correspondre altre conjunt de números $\{z=2y\}$. La "triple", etc. etc. etc.

$$\begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ y & \longrightarrow & z = 2y \end{array} \qquad \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ y & \longrightarrow & z = 3y \end{array}$$

Encara més, Vostè sap definir moltes d'aquestes funcions amb un simple **criteri** (=formula): a cada número fa correspondre una funció de manera que si el número és "x", la funció funciona segons la nova correspondència:

$$x \longrightarrow f_x \begin{array}{c} \downarrow \\ z = xy \end{array} \quad (\text{he dibuixat la funció "f}_x\text{" verticalment})$$

És a dir, acaba d'associar al conjunt de números $\{x\}$, un conjunt de funcions $\{f_x\}$ que estableixen correspondències entre dos conjunts de números, $\{y\}$ i $\{z=xy\}$. !!Així que fins i tot Vostè sabia, des de fa temps, fer correspondències entre coses **totalment diferents**, com entre els números (la comissió), i les funcions entre números (els interessos)!!

Ara se sorprendrà del que ja sabia des de bastant petit: l'"Espai dual" dels números $\{x\}$, són totes aquestes funcions entre els números $\{f_x\}$, que Vostè es pot anar inventant.

Un "**Pas al dual**" és donar un **criteri** per a fer correspondre a un conjunt de números $\{x\}$, un conjunt de funcions entre números, per exemple $\{f_x\}$, tal que $z=f_x(y)=xy$. Un pas al dual és una nova relació, però una mica més complicada: en lloc de relacionar dos conjunts de coses simples (números o conceptes), relaciona un conjunt de coses simples (números o conceptes, les "x") amb una conjunt de relacions (les "f_x"). Per a deixar clara aquesta diferencia s'ha dibuixat completa la relació "f_x", amb els components corresponents $y \rightarrow z$, verticalment.

També pot inventar-se fàcilment **altres criteris**. Per exemple que, si el número és 2 la funció associada sigui $z=y^2$, si el número és 4 la funció associada sigui $z=y^4$, ..., si és 57 ... $z=y^{57}$, etc. etc. etc. **Cada criteri**, és a dir, **cada "formula"** en denominació matemàtica, és un **pas al dual diferent**, és a dir, una correspondència

diferent entre un conjunt de números $\{x\}$ i el conjunt de funcions entre els mateixos números $\{f_x: \{x\} \longrightarrow \{x\}\}$.

Si sabem fer això, sabem fer igualment la relació en direcció **inversa**: si tenim un conjunt de relacions, podem establir el **criteri invers**, per a associar a cada relació, un número. Li direm igualment "Pas al dual". Seria com esbrinar l'"interès", coneixent la quantitat deixada i la quantitat que retornem.

I encara que tot això avui ja és obvi per a Vostè, si més no en el cas concret de l'interès que guanyen els bancs, ara entén que al nen que només sap sumar i multiplicar li calia bastant més que això per a entendre de préstecs. Quan anys després ja ho entenem, sembla fàcil, però de nens vàrem patir uns anys ...

Encara més, amb una mica més d'esforç som capaços de tenir en compte el temps en el càlcul dels guanys del Banc, i fer una funció de "dos variables" (la quantitat deixada i el interval de temps del préstec) :

$$\begin{array}{ccc} R \otimes R & \longrightarrow & R \\ x \text{ pts, } t \text{ anys} & \longrightarrow & y \text{ pts} = x + x \cdot c \cdot t / 100 \text{ pts} \end{array}$$

Acaba de descobrir els "Tensors (algebraics)", una **eina "universal" per a representar** així de fàcilment moltíssims fenòmens naturals, **on intervenen magnituds totalment diferents** com diners i temps, o pressió i temperatura. Del Tensor $R \otimes R \longrightarrow R$, als Tensors $R_1 \otimes R_2 \otimes R_3 \otimes \dots (n \text{ vegades}) \dots \otimes R_n \longrightarrow R_1 \otimes R_2 \otimes R_3 \otimes \dots (m \text{ vegades}) \dots \otimes R_m$, només cal una mica més de paciència per a acostumar-se.

No li doni més voltes al cap. No ha de buscar res més darrera d'aquests convenis i simbolitzacions. Només cal que els sàpiga emprar i que li serveixin per alguna cosa quotidiana com demanar diners o calcular una òrbita d'un satèl·lit. La resta ve sola. Més en davant veurà que la Matemàtica no ha de ser res més que un conjunt de convenis **útils i quotidians**.

Ara asseguis: fa tres mil anys que això mateix de "dualitzar" ho estan fent totes les persones "alfabetitzades", és a dir, **molt abans que se'ls acudís als matemàtics**. Per exemple, a **"Objectes" (=conceptes)**,

com aliments (=el menjar), com un camí, com un peix, com un "Barrufet", ...

els fem correspondre "actuacions"

com "menjar", com "caminar", com "pescar", com "barrufar", ...

És clar que un "Objecte" és com una quantitat: per exemple, podem comptar el número de les peces o el pes, del menjar; la longitud del camí; el número de peces o el pes, de peixos; el número de Barrufets que barrufen;

És clar que les "actuacions" (=acció feta per una persona humana), rebautitzades per la Gramàtica com "Verb (personal)", són com "Funcions" **i ens representen els Fenòmens**. Son estrictament **"Relacions"**, que a un concepte/ objecte **fa correspondre** altre concepte/ objecte. Per exemple, al "pescar", a un àgil "Peix" li fem correspondre un gustós "Pescat". Dos coses prou diferents.

El Verb és un dels possibles **"Pas al dual"** dels conceptes, que a cada concepte fa correspondre una Relació entre conceptes. També dos coses molt diferents. I que també al nen li suposa un bon temps en entendre. El "chollo" és que, a més, les relacions entre conceptes **també les acabem conceptuant i denominem** com si es tractes d'un concepte qualsevol. És la mateixa identificació/ confusió que creure que l'interès és un número. Estrictament, l'interès és una funció, però que podem representar per un número (la comissió que permet calcular-la). Estrictament, el Verb no és un Concepte sinó que un **Relacionador**.

La **Combinació** del nivell 201 ja vista, és altre possible dualització, no verbal (no és explícita com el verb). En el Llenguatge fem contínuament aquests processos, primer el Pas al dual (=creació de relacions i/o verbalitzacions), i sobre tot, després tornem ràpidament del dual, per a tocar de peus a terra: son les **imprescindibles sensitivacions** (=denominació de les relacions amb sons/ paraules) sense les que el Pensament no sabria fer absolutament res.

Ara es pot començar a entendre per què en un mateix diccionari trobem **indistingiblement** i tan a prop, "Home" (un concepte del nivell 1), "Homologar" (=un relacionador sintàctic per a fer estructuracions

cognitives del nivell 3), o "Homologia" (un element metodològic del nivell 4). L'error greu és no ser conscients d'aquesta llicència, doncs el que tinguem un útil recurs que permet representar de la mateixa manera coses diferents, no implica que les coses deixin d'ésser diferents. Com una rodona que representa perfectament, tant a la Lluna com a una Pilota, però que son dos objectes prou diferents.

Encara més, un Diccionari incorpora, com caldria esperar, tots els conceptes del nivell 1, tots els elements metodològics del nivell 4. Però **absurdament**, només uns pocs conceptes compostos/ virtuals del nivell 2 (per què molts es representen amb dos o tres paraules), i el que és pitjor, **quasi cap** Coneixement (nivell 3), ni simple ni compost.